

Problemas propuestos

9. Hallar el módulo y dirección de la velocidad y aceleración en:

(a) $x = e^t, y = e^{2t} - 4e^t + 3$ para $t = 0$

(b) $x = 2 - t, y = 2t^2 - t$ para $t = 1$

(c) $x = \cos 3t, y = \operatorname{sen} t$ para $t = \frac{1}{4}\pi$

(d) $x = e^t \cos t, y = e^t \operatorname{sen} t$ para $t = 0$

Sol. (a) $|\mathbf{v}| = \sqrt{5}, \tau = 296^\circ 34'; |\mathbf{a}| = 1, \phi = 0$

(b) $|\mathbf{v}| = \sqrt{26}, \tau = 101^\circ 19'; |\mathbf{a}| = 12, \phi = \frac{1}{2}\pi$

(c) $|\mathbf{v}| = \sqrt{5}, \tau = 161^\circ 34'; |\mathbf{a}| = \sqrt{41}, \phi = 353^\circ 40'$

(d) $|\mathbf{v}| = \sqrt{2}, \tau = \frac{1}{4}\pi; |\mathbf{a}| = 2, \phi = \frac{1}{2}\pi$

10. Una partícula se mueve sobre el primer cuadrante del arco de parábola $y^2 = 12x$ con $v_x = 15$. Hallar $v_y, |\mathbf{v}|, \tau; a_x, a_y, |\mathbf{a}|$, y ϕ en el punto (3, 6).

Sol. $v_y = 15, |\mathbf{v}| = 15\sqrt{2}, \tau = \frac{1}{4}\pi; a_x = 0, a_y = -75/2, |\mathbf{a}| = 75/2, \phi = 3\pi/2$.

11. Una partícula se mueve a lo largo de la parábola cúbica $y = x^3/3$ con una componente de velocidad $v_x = 2$ constante. Hallar el módulo y dirección de la velocidad y de la aceleración cuando $x = 3$.

Sol. $|\mathbf{v}| = 2\sqrt{82}, \tau = 83^\circ 40'; |\mathbf{a}| = 24, \phi = \frac{1}{2}\pi$

12. Una partícula se mueve a lo largo de una circunferencia de 6 metros de radio con una velocidad constante de 4 metros por segundo. Hallar el módulo de su aceleración en un punto cualquiera. Sol. $|a_t| = 0, |a| = |a_n| = 8/3 \text{ m/s}^2$.

13. Hallar el módulo y dirección de la velocidad y de la aceleración así como los módulos de las componentes tangencial y normal de la aceleración del movimiento definido por

(a) $x = 3t, y = 9t - 3t^2$, para $t = 2$

(b) $x = \cos t + \operatorname{sen} t, y = \operatorname{sen} t - t \cos t$ cuando $t = 1$.

Sol. (a) $|\mathbf{v}| = 3\sqrt{2}, \tau = 7\pi/4; |\mathbf{a}| = 6, \phi = 3\pi/2; |a_t| = |a_n| = 3\sqrt{2}$

(b) $|\mathbf{v}| = 1, \tau = 1; |\mathbf{a}| = \sqrt{2}, \phi = 102^\circ 18'; |a_t| = |a_n| = 1$

14. Una partícula se mueve a lo largo de la curva $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4} \ln x$ de tal forma que $x = \frac{1}{2}t^2, t > 0$. Hallar $v_x, v_y, |\mathbf{v}|, \tau; a_x, a_y, |\mathbf{a}|, \phi; |a_t|$ y $|a_n|$ cuando $t = 1$.

Sol. $v_x = 1, v_y = 0, |\mathbf{v}| = 1, \tau = 0; a_x = 1, a_y = 2, |\mathbf{a}| = \sqrt{5}, \phi = 63^\circ 26'; |a_t| = 1, |a_n| = 2$.

15. Una partícula se mueve a lo largo de la curva $y = 2x - x^2$ con una componente de velocidad $v_x = 4$ constante. Hallar los módulos de las componentes tangencial y normal de la aceleración en la posición (a) (1, 1) y (b) (2, 0).

Sol. (a) $|a_t| = 0, |a_n| = 32; (b) |a_t| = 64/\sqrt{5}, |a_n| = 32/\sqrt{5}$